Ce document a été mis en ligne par l'organisme FormaV®.

Toute reproduction, représentation ou diffusion, même partielle, sans autorisation préalable, est strictement interdite.

Pour consulter tous nos sujets d'annales et corrigés du BP Froid, veuillez visiter :
bpfroid.fr/annales-sujets-et-corriges

BP FROID • CORRIGÉ DÉTAILLÉ

E4 - U40 Mathématiques

Session 2016 • Code sujet : **BP-M.1** • Durée : **2 h 00** • Coefficient : **2**

Sommaire

Cliquez sur une partie pour y accéder directement

1. **Dimension de l’atelier et étude de son aire** (8 questions) — **Page 3**
2. **Calcul des volumes des locaux de l’entreprise** (9 questions) — **Page 7**
3. **Montant des climatiseurs** (3 questions) — **Page 10**
4. **Évaluation de l’isolation thermique des locaux** (3 questions) — **Page 12**
5. **Ce qu’il faut retenir & Questions fréquentes (FAQ)** (Synthèse & Q&A Examen) — **Page 13**

Sujet officiel (PDF) : https://bpfroid.fr/assets/annales/bp-froid/U40 - Mathématiques/2016/BP Froid - U40 - Mathématiques - Session 2016 - 1-Sujet.pdf

1. Dimension de l’atelier et étude de son aire

Le plan de l’entreprise représente l’atelier par un rectangle de 35 m sur 20 m, dont la longueur est réduite d’une distance d tandis que la largeur augmente de la même distance. L’étude de l’aire permet de déterminer quand l’atelier conserve ou augmente sa superficie et quelle est son aire maximale.

Question 1.1. Exprimer la nouvelle longueur L et la nouvelle largeur l de l’atelier en fonction de la distance d.

La longueur initiale est 35 m et la largeur initiale 20 m. On retire d à la longueur et on ajoute d à la largeur : **L = (35 − d) m** et **l = (20 + d) m**, avec $3 \leq d \leq 20$.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> L = (35 − d) m ; l = (20 + d) m.

Question 1.2. Montrer que l’aire du nouvel atelier s’écrit $A = -d^2 + 15d + 700$.

L’aire d’un rectangle est le produit de sa longueur par sa largeur : $A = (35 - d)(20 + d)$. En développant, $A = 700 + 35d - 20d - d^2$, soit **$A = -d^2 + 15d + 700$ m²**.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> $A(d) = -d^2 + 15d + 700$ m².

Question 1.3. Sachant que l’aire de l’atelier avant les travaux est de 700 m², montrer que la distance d qui conserve cette aire doit vérifier $-d^2 + 15d = 0$.

Pour conserver l’aire initiale de 700 m², on pose $-d^2 + 15d + 700 = 700$. En soustrayant 700 aux deux membres, on obtient la condition **$-d^2 + 15d = 0$**.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> $-d^2 + 15d = 0$.

Question 1.4. En remarquant que $-d^2 + 15d = d(-d + 15)$, résoudre l’équation $-d^2 + 15d = 0$ et conclure sur la distance convenable.

La factorisation donne $d(-d + 15) = 0$. Donc $d = 0$ ou $d = 15$. Comme $3 \leq d \leq 20$, seule la valeur 15 m convient : l’aire reste alors égale à 700 m².

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> d = 15 m.

Étude de la fonction f

Question 1.5.1. Compléter en annexe le tableau de valeurs de la fonction f(x) = −x² + 15x + 700 pour les valeurs de x indiquées.

On remplace chaque valeur de x dans f(x) = −x² + 15x + 700. Par exemple, f(3) = −3² + 15 × 3 + 700 = 736. Les valeurs du tableau sont :

x	3	4	5	6	7	15	16	17	18	19	20
f(x)	736	744	750	754	756	700	684	666	646	624	600

Les résultats sont des aires en m².

Tableau de valeurs complété

x	3	4	5	6	7	15	16	17	18	19	20
$f(x)$	736	744	750	754	756	700	684	666	646	624	600

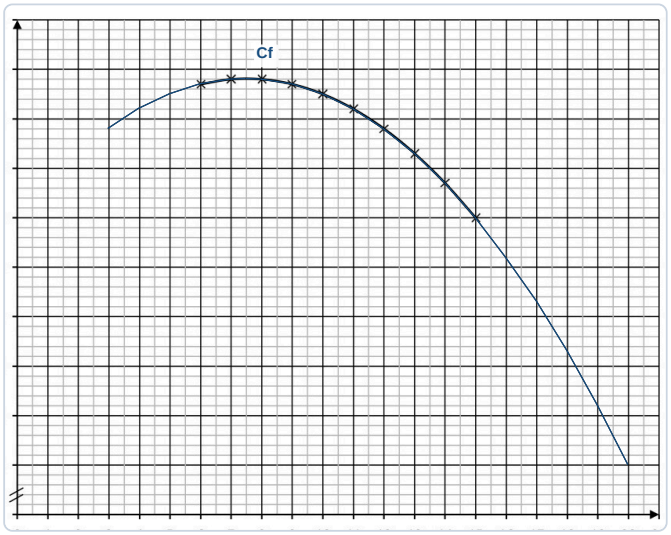
✓ RÉPONSE À RETENIR

f(x), dans l'ordre du tableau : 736 ; 744 ; 750 ; 754 ; 756 ; 700 ; 684 ; 666 ; 646 ; 624 ; 600 m².

Question 1.5.2. Compléter et tracer dans le repère de l'annexe la représentation graphique Cf de la fonction f.

Le coefficient de x² est négatif : la courbe est une parabole tournée vers le bas. Placer les points du tableau puis les relier par une courbe régulière. Son sommet est en (7,5 ; 756,25) et elle passe notamment par (15 ; 700) et (20 ; 600).

Courbe Cf tracée dans le repère



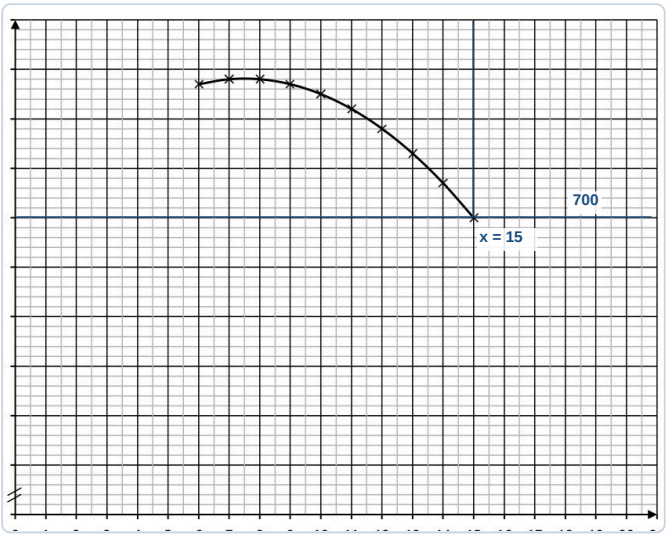
✓ RÉPONSE À RETENIR

Tracer Cf, parabole passant par les points du tableau, de sommet (7,5 ; 756,25).

Question 1.5.3. À l'aide de Cf, déterminer les valeurs de x pour lesquelles f(x) ≥ 700, en laissant apparents les tracés de lecture, puis en déduire les distances d pour lesquelles l'atelier est plus grand après les travaux.

La courbe atteint 700 m² à x = 15 dans l'intervalle étudié [3 ; 20]. Elle est au-dessus ou sur ce seuil pour **3 ≤ x ≤ 15**. Pour que l'atelier soit strictement plus grand qu'avant, l'égalité est exclue : **3 ≤ d < 15 m**.

Lecture graphique du seuil de 700 m²



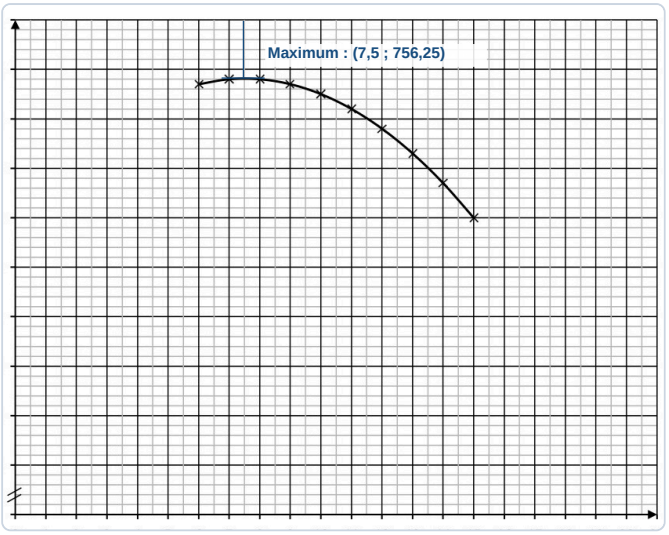
✓ RÉPONSE À RETENIR

f(x) ≥ 700 pour 3 ≤ x ≤ 15 ; l'atelier est plus grand pour 3 ≤ d < 15 m.

Question 1.5.4. À l'aide de Cf, déterminer la valeur de x pour laquelle f(x) est maximale, en laissant apparents les tracés de lecture, puis en déduire l'aire maximale de l'atelier et la valeur correspondante de d.

Le maximum est au sommet de la parabole. Son abscisse vaut x = −15 ÷ (2 × (−1)) = 7,5. Puis f(7,5) = −7,5² + 15 × 7,5 + 700 = 756,25. L'aire maximale est donc 756,25 m², atteinte pour d = 7,5 m.

Sommet de la courbe Cf



✓ RÉPONSE À RETENIR

Aire maximale : 756,25 m², obtenue pour d = 7,5 m.

2. Calcul des volumes des locaux de l’entreprise

Les locaux comprennent une salle d’accueil triangulaire, une unité de production en forme de trapèze et un atelier rectangulaire. Avec une hauteur de plafond commune de 3,5 m, il faut déterminer les aires utiles, les volumes de chaque espace et le volume total.

A) Volume de la salle d’accueil

Question 2.1. Dans le triangle AHF, calculer la longueur du segment [AF] en précisant la méthode utilisée et arrondir le résultat au centimètre.

Sur le plan, les bases AB et FE sont horizontales. Le triangle AHF est rectangle en H. Comme HB = FE = 15 m, on obtient AH = AB − HB = 23 − 15 = 8 m. De plus, HF = BE = CD = 20 m, car BCDE est un rectangle. Par le théorème de Pythagore, $AF = \sqrt{AH^2 + HF^2} = \sqrt{8^2 + 20^2} = \sqrt{464} \approx 21,54$ m. L’arrondi au centimètre est donc 21,54 m.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> $AF \approx 21,54$ m.

Question 2.2. Dans le triangle AFG, calculer la longueur du segment [AG] et arrondir le résultat à l’unité.

1. Dans le triangle AFG, $\widehat{AGF} = 100^\circ$ et $\widehat{AFG} = 30^\circ$. La loi des sinus donne $\frac{AG}{\sin 30^\circ} = \frac{AF}{\sin 100^\circ}$.
2. En utilisant la longueur non arrondie de AF : $AG = \sqrt{464} \times \frac{\sin 30^\circ}{\sin 100^\circ} \approx 10,94$ m. Arrondie à l’unité, cette longueur vaut 11 m.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> $AG \approx 11$ m.

Question 2.3. Déterminer la valeur de l’angle GAF.

La somme des angles d’un triangle est égale à 180°. Dans le triangle AFG, les deux angles connus mesurent 100° et 30°. Le troisième angle est donc $\widehat{GAF} = 180^\circ - 100^\circ - 30^\circ = 50^\circ$. Il s’agit de l’angle compris entre les côtés AG et AF, nécessaire pour calculer l’aire à la question suivante.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> $\widehat{GAF} = 50^\circ$.

Question 2.4. **En supposant que AF = 22 m et AG = 11 m, calculer l'aire du triangle AGF en m² et arrondir le résultat à l'unité.**

Donnée	Valeur
AF	22 m
AG	11 m
Angle compris $\widehat{GAF}$	50°

L'aire d'un triangle défini par deux côtés et leur angle compris est $\frac{1}{2} \times AF \times AG \times \sin(\widehat{GAF})$. Ainsi, $\frac{1}{2} \times 22 \times 11 \times \sin 50^\circ \approx 92,69$ m². À l'unité près, l'aire est de 93 m².

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> Aire de la salle d'accueil : 93 m².

Question 2.5. **Calculer le volume V1 de la salle d'accueil.**

1. L'aire de la salle d'accueil, arrondie à l'unité à la question précédente, est de 93 m². La hauteur du plafond est de 3,5 m.
2. Le volume est égal à l'aire de la base multipliée par la hauteur : $V_1 = 93 \times 3,5 = 325,5$ m³.
3. Le volume obtenu avec l'aire arrondie est donc 325,5 m³.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> $V_1 = 325,5$ m³.

B) Volume de l'unité de production

Question 2.6. **En utilisant la formule de l'aire d'un trapèze donnée dans le sujet, calculer l'aire du trapèze ABEF.**

Grande base AB	Petite base FE	Hauteur du trapèze
23 m	15 m	20 m

Dans le trapèze ABEF, AB et FE sont les bases parallèles. La distance entre elles est la hauteur, égale à CD = 20 m d'après le rectangle BCDE. En appliquant la formule donnée dans l'énoncé : $\text{Aire} = \frac{(23+15)\times 20}{2} = 380$ m².

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> Aire du trapèze ABEF : 380 m².

Question 2.7. Calculer le volume V2 de l'unité de production.

L'unité de production est un prisme dont la base est le trapèze ABEF. Son aire, calculée à la question précédente, vaut 380 m². Le plafond est à 3,5 m de hauteur. Le volume est donc l'aire de la base multipliée par la hauteur : $V_2 = 380 \times 3,5 = 1\,330$ m³. L'unité est bien le mètre cube, car $\text{m}^2 \times \text{m} = \text{m}^3$.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> $V_2 = 1\,330$ m³.

C) Volume des locaux de l'entreprise

Question 2.8. Sachant que l'aire du nouvel atelier est de 756 m², calculer son volume V3.

1. L'aire du nouvel atelier est donnée : 756 m². La hauteur commune des locaux reste égale à 3,5 m.
2. Le volume se calcule par $V_3 = \text{aire} \times \text{hauteur}$. Donc $V_3 = 756 \times 3,5 = 2\,646$ m³.
3. Le volume du nouvel atelier est exprimé en mètres cubes.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> $V_3 = 2\,646$ m³.

Question 2.9. Calculer le volume total Vt des locaux de l'entreprise.

Local	Volume
Salle d'accueil	325,5 m³
Unité de production	1 330 m³
Nouvel atelier	2 646 m³

Le volume total est la somme des volumes des trois locaux : $V_t = 325,5 + 1\,330 + 2\,646 = 4\,301,5$ m³. Le volume de la salle d'accueil reprend le résultat obtenu à la question 2.5, calculé à partir de l'aire arrondie à 93 m².

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> $V_t = 4\,301,5$ m³.

3. Montant des climatiseurs

Un technicien doit équiper les locaux à partir des volumes fournis et des capacités de climatisation indiquées pour les appareils de type A et B. Il doit déterminer les quantités à commander puis compléter une facture avec les prix hors taxes, la TVA et le prix toutes taxes comprises.

Question 3.1. À partir des volumes des locaux et des caractéristiques fournies, déterminer combien de climatiseurs de type A le technicien doit commander.

Le type A est destiné aux locaux de moins de 1 500 m³ : l'accueil (330 m³) et l'unité de production (1 330 m³). Chaque appareil couvre 200 m³. Il faut arrondir chaque quotient à l'entier supérieur, puisqu'un appareil ne peut être fractionné : 330 ÷ 200 = 1,65, donc 2 appareils ; 1 330 ÷ 200 = 6,65, donc 7 appareils. On additionne les besoins des deux locaux : 2 + 7 = 9 climatiseurs de type A.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> Commander 9 climatiseurs de type A.

Question 3.2. À partir des volumes des locaux et des caractéristiques fournies, déterminer combien de climatiseurs de type B le technicien doit commander.

Le type B convient aux pièces de plus de 1 500 m³. Seul l'atelier répond à ce critère, avec un volume de 2 650 m³. Chaque appareil assure la climatisation de 300 m³ : 2 650 ÷ 300 ≈ 8,83. Il faut arrondir au nombre entier supérieur : 8 appareils ne couvriraient que 2 400 m³. Avec 9 appareils, la capacité atteint 9 × 300 = 2 700 m³, ce qui suffit pour l'atelier.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> Commander 9 climatiseurs de type B.

Question 3.3. Compléter la facture fournie en annexe avec les quantités, les prix unitaires et les montants, le prix total HT, la TVA à 20 % et le prix TTC.

La facture indique 9 appareils de type B pour 10 170 € HT, soit 10 170 ÷ 9 = 1 130 € par appareil. Pour le type A, 9 × 930 = 8 370 €. On additionne les deux montants pour obtenir le total HT, puis on calcule la TVA à 20 % et on l'ajoute au total.

Matériel	Quantité	Prix unitaire HT	Prix HT
Climatiseur de type A	9	930 €	8 370 €
Climatiseur de type B	9	1 130 €	10 170 €
Prix total HT			18 540 €
Montant de la TVA à 20 %			3 708 €
Prix TTC			22 248 €

Facture complétée

Matériel	Quantité	Prix unitaire HT (en euros)	Prix (en euros)
Climatiseur de type A	9	930	8 370 €
Climatiseur de type B	9	1 130 €	10 170 €
	Prix total HT		18 540 €
	Montant de la TVA 20%		3 708 €
	Prix TC		22 248 €

✓ **RÉPONSE À RETENIR**

Total HT : 18 540 € ; TVA : 3 708 € ; prix TTC : 22 248 €.

4. Évaluation de l’isolation thermique des locaux

La température intérieure des locaux est de 21 °C et la température extérieure de 5 °C. Le flux thermique à travers les murs est calculé avant et après l’isolation à la laine de verre afin d’évaluer l’effet des travaux sur les pertes d’énergie.

Question 4.1. Calculer le flux thermique avant les travaux avec k = 5,25 W/m²·°C et S = 545 m².

La relation donnée est $\Phi = kS(\theta_2 - \theta_1)$, avec $\theta_2 = 21\ ^\circ\text{C}$ à l’intérieur et $\theta_1 = 5\ ^\circ\text{C}$ à l’extérieur. L’écart vaut $21 - 5 = 16\ ^\circ\text{C}$. Avant l’isolation, on remplace les données : $\Phi = 5{,}25 \times 545 \times 16 = 45\,780\ \text{W}$. Le flux thermique traversant les murs avant les travaux est donc de 45 780 W.

> ✓ RÉPONSE À RETENIR
>
> **Flux avant travaux : 45 780 W.**

Question 4.2. Calculer le flux thermique après les travaux avec k = 0,37 W/m²·°C et S = 545 m².

Après les travaux, la surface des murs et les températures restent identiques. L’écart de température est donc toujours $21 - 5 = 16\ ^\circ\text{C}$.

Avec le nouveau coefficient $k = 0{,}37$, la formule donne $\Phi = 0{,}37 \times 545 \times 16 = 3\,226{,}4\ \text{W}$. Le flux thermique après isolation est de 3 226,4 W.

> ✓ RÉPONSE À RETENIR
>
> **Flux après travaux : 3 226,4 W.**

Question 4.3. Indiquer si l’utilisation de la laine de verre comme isolant thermique est intéressante et justifier la réponse.

Oui, l’utilisation de la laine de verre est intéressante : à surface et écart de température identiques, l’isolation fait fortement diminuer le flux thermique traversant les murs.

- Avant travaux : $45\,780\ \text{W}$.
- Après travaux : $3\,226{,}4\ \text{W}$.
- Diminution : $45\,780 - 3\,226{,}4 = 42\,553{,}6\ \text{W}$.

Les pertes thermiques sont donc nettement réduites.

> ✓ RÉPONSE À RETENIR
>
> **Oui, la laine de verre réduit le flux thermique de 42 553,6 W.**

Ce qu'il faut retenir de ce sujet (Session 2016)

Bilan de l'épreuve : Épreuve de mathématiques E4-U40 du BP Installateur dépanneur en froid et conditionnement d'air, session 2016, code BP-M.1, d'une durée de 2 heures et de coefficient 2. Le sujet étudie l'aménagement des locaux d'une entreprise, leurs volumes, le choix et le coût de climatiseurs, ainsi que les pertes thermiques. Il évalue calcul, géométrie, fonctions, lecture graphique et interprétation.

Notions-clés, formules & règles à maîtriser

- L'aire du nouvel atelier est $f(d) = -d^2 + 15d + 700$, pour une distance d comprise entre 3 m et 20 m.
- Pour calculer l'aire d'un triangle avec deux côtés et leur angle compris, utiliser $A = \frac{1}{2} ab \sin(C)$.
- Le volume d'un local prismatique est égal à son aire au sol multipliée par la hauteur.
- Le flux thermique se calcule par $\Phi = kS(\theta 2 - \theta 1)$; une diminution de k réduit les pertes à surface et écart de température constants.

Points de vigilance & attentes du jury

- Distinguer longueur et largeur après modification et conserver les unités en mètres et en mètres carrés.
- Pour la lecture graphique, laisser visibles les tracés demandés et interpréter les valeurs dans l'intervalle indiqué.
- Respecter les arrondis demandés et convertir correctement les aires en volumes avec la hauteur de 3,5 m.
- Dans la facture, vérifier les produits quantité × prix unitaire, le total HT, la TVA de 20 % et le prix TTC.

Questions fréquentes sur cette épreuve (Q&A Examen)

Q : Comment calculer l'aire du triangle de la salle d'accueil ?

Utilisez la formule fournie $A = \frac{1}{2} ab \sin(C)$, en prenant deux côtés du triangle et l'angle compris entre eux. Vérifiez que la calculatrice est réglée en degrés, puis appliquez l'arrondi demandé.

Q : Comment passer de l'aire d'un local à son volume ?

Multipliez l'aire au sol par la hauteur du plafond, identique pour les locaux dans ce sujet : 3,5 m. L'aire doit être en mètres carrés et le volume obtenu en mètres cubes.

Q : Comment organiser le temps et les annexes pendant l'épreuve ?

L'épreuve dure 2 heures et les exercices peuvent être traités séparément. Gardez du temps pour compléter puis rendre l'annexe, qui contient le tableau de valeurs, le graphique et la facture.

Q : Quels critères de présentation sont explicitement importants pour le jury ?

Le sujet précise que la clarté des raisonnements et la qualité de la rédaction comptent de manière importante dans l'appréciation des copies. Présentez les calculs, les unités et les justifications lisiblement.

Sujet officiel associé (PDF) : https://bpfroid.fr/assets/annales/bp-froid/U40 - Mathématiques/2016/BP Froid - U40 - Mathématiques - Session 2016 - 1-Sujet.pdf
Ressources BP Froid : Toutes les annales & corrigés • Fiches de révision complètes • Simulateur de notes d'examen

Copyright © 2027 FormaV®. Tous droits réservés.

FormaV® est une marque déposée auprès de l'INPI sous le numéro 5227897.

Ce document a été élaboré par FormaV® avec le plus grand soin afin d'accompagner chaque apprenant vers la réussite de ses examens. Son contenu (textes, graphiques, méthodologies, tableaux, exercices, concepts, mises en forme) constitue une œuvre protégée par le droit d'auteur.

Toute copie, partage, reproduction, diffusion ou mise à disposition, même partielle, gratuite ou payante, est strictement interdite sans accord préalable et écrit de FormaV®, conformément aux articles L.111-1 et suivants du Code de la propriété intellectuelle. Dans une logique anti-plagiat, FormaV® se réserve le droit de vérifier toute utilisation illicite, y compris sur les plateformes en ligne ou sites tiers.

En utilisant ce document, vous vous engagez à respecter ces règles et à préserver l'intégrité du travail fourni. La consultation de ce document est strictement personnelle.

Merci de respecter le travail accompli afin de permettre la création continue de ressources pédagogiques fiables et accessibles.