Ce document a été mis en ligne par l'organisme FormaV®.

Toute reproduction, représentation ou diffusion, même partielle, sans autorisation préalable, est strictement interdite.

Pour consulter tous nos sujets d'annales et corrigés du BP Froid, veuillez visiter :
bpfroid.fr/annales-sujets-et-corriges

BP FROID • CORRIGÉ DÉTAILLÉ

Mathématiques

Session 2014 • Code sujet : **BP-M.1** • Durée : **2 h 00** • Coefficient : **2**

Sommaire

Cliquez sur une partie pour y accéder directement

1. Calcul du volume d’une salle des fêtes (6 questions) **Page 3**

2. Quantité d’eau nécessaire pour réaliser un mélange (6 questions) **Page 7**

3. Résistance équivalente d’un circuit (10 questions) **Page 9**

4. Ce qu’il faut retenir & Questions fréquentes (FAQ) (Synthèse & Q&A Examen) **Page 14**

Sujet officiel (PDF) : https://bpfroid.fr/assets/annales/bp-froid/U40 - Mathématiques/2014/BP Froid - U40 - Mathématiques - Session 2014 - 1-Sujet.pdf

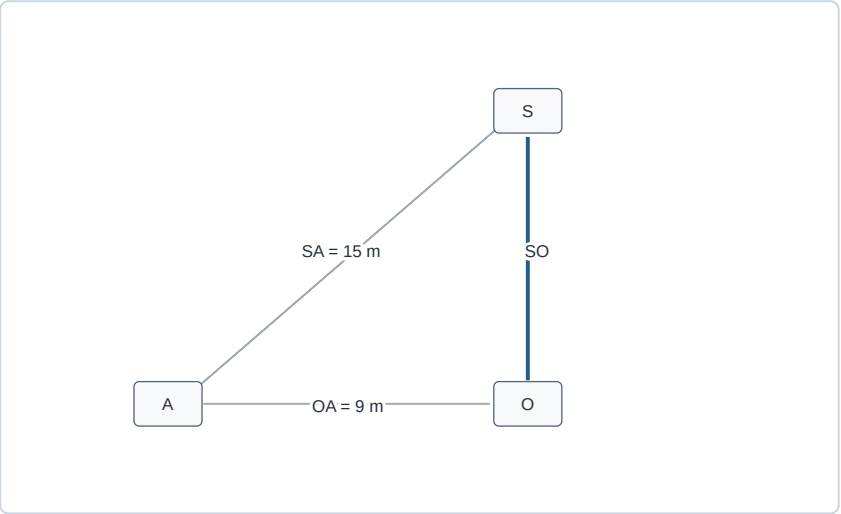
1. Calcul du volume d’une salle des fêtes

Un artisan doit climatiser une salle des fêtes en forme de tronc de pyramide, issu d’une pyramide régulière à base carrée. Les mesures de la grande pyramide et d’une section parallèle à sa base servent à calculer les volumes des deux pyramides, puis celui de la salle.

Question 1.1. Donner la nature du triangle AOS.

Dans une pyramide régulière, la hauteur issue du sommet S passe par le centre O de la base et lui est perpendiculaire. Le segment OA appartient au plan de la base ABCD. Donc SO est perpendiculaire à OA, et le triangle AOS est rectangle en O. Les longueurs SA = 15 m et OA = 9 m sont cohérentes avec cette configuration.

Triangle AOS et angle droit en O



SO est perpendiculaire à OA : angle droit en O.

> **✓ RÉPONSE À RETENIR**
>
> Le triangle AOS est rectangle en O.

Question 1.2. Écrire les calculs permettant de vérifier que SO = 12 m.

1. La pyramide étant régulière, SO est perpendiculaire au plan de base. Le triangle AOS est donc rectangle en O.
2. D’après le théorème de Pythagore, $SA^2 = SO^2 + OA^2$, donc $SO^2 = SA^2 - OA^2 = 15^2 - 9^2 = 225 - 81 = 144$ m².
3. $SO = \sqrt{144} = 12$ m. On retient la racine positive, car SO est une longueur.

La hauteur de la pyramide SABCD est bien de 12 m.

Calcul de la hauteur SO

Grandeur	Calcul	Valeur
SA^2	15×15	$225\ m^2$
OA^2	9×9	$81\ m^2$
SO^2	$225 - 81$	$144\ m^2$
SO	$\sqrt{144}$	12 m

Théorème de Pythagore dans le triangle AOS rectangle en O.

✓ RÉPONSE À RETENIR

SO = 12 m.

Question 1.3. Sachant que AB = 12,73 m, calculer en mètres cubes le volume de la pyramide SABCD et arrondir le résultat au centième.

Donnée	Calcul	Valeur
Aire de la base carrée	$12{,}73 \times 12{,}73$	$162{,}0529\ m^2$
Hauteur	SO	12 m
Volume	$162{,}0529 \times 12 \div 3$	$648{,}2116\ m^3$

Le volume d'une pyramide est égal au tiers de l'aire de sa base multipliée par sa hauteur. L'arrondi au centième donne 648,21 m^3 pour la pyramide SABCD.

Calcul du volume de la grande pyramide

Base carrée AB^2	Hauteur SO	Volume SABCD
$12{,}73^2 = 162{,}0529\ m^2$	12 m	$162{,}0529 \times 12 \div 3 = 648{,}21\ m^3$

Volume d'une pyramide : aire de base × hauteur ÷ 3.

✓ RÉPONSE À RETENIR

$V_{SABCD} = 648{,}21\ m^3$.

Toit et section parallèle

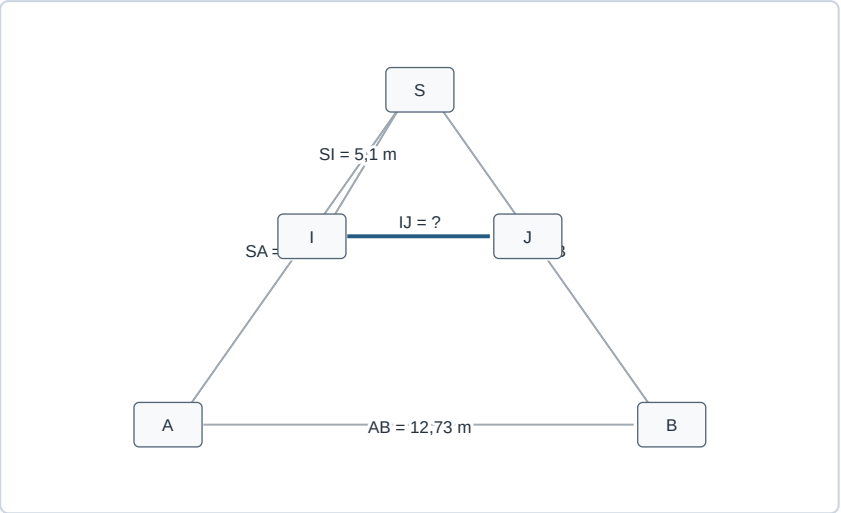
Question 1.4.1. La section IJKL est parallèle à la base ABCD et SI = 5,1 m. En utilisant la figure SAB, calculer en mètres la longueur IJ et arrondir le résultat au centième.

1. Dans la face SAB, I appartient à [SA] et IJ est parallèle à AB, car la section IJKL est parallèle à la base ABCD.

2. Les triangles SIJ et SAB sont semblables. Le théorème de Thalès donne SI/SA = IJ/AB.
3. Donc IJ = AB × SI ÷ SA = 12,73 × 5,1 ÷ 15 = 4,3282 m.

On garde la valeur non arrondie pour les calculs suivants. Au centième, IJ mesure 4,33 m.

Thalès dans la face SAB



IJ est parallèle à AB ; SI/SA = IJ/AB.

✓ RÉPONSE À RETENIR

IJ = 4,33 m.

Question 1.4.2. Sachant que SM = 4,8 m, calculer en mètres cubes le volume de la pyramide SIJKL et arrondir le résultat au centième.

La base IJKL est un carré de côté IJ. Son aire vaut IJ² = 4,3282² = 18,73331524 m². La hauteur de la petite pyramide est SM = 4,8 m. Avec la formule V = aire de base × hauteur ÷ 3, on obtient V_{SIJKL} = 18,73331524 × 4,8 ÷ 3 = 29,973304384 m³. On utilise ici la valeur non arrondie de IJ, puis on arrondit le volume au centième.

Calcul du volume de la petite pyramide

Élément	Calcul	Résultat
Aire de la base carrée IJKL	4,3282 × 4,3282	18,73331524 m²
Hauteur SM	Donnée	4,8 m
Volume SIJKL	18,73331524 × 4,8 ÷ 3	29,97 m³

La base est le carré IJKL et la hauteur est SM.

✓ RÉPONSE À RETENIR

V_{SIJKL} = 29,97 m³.

Question 1.5. **Déduire des résultats précédents, en mètres cubes, le volume de la salle des fêtes, c'est-à-dire le volume du tronc de la pyramide ABCDLIJK.**

Volume	Calcul	Valeur
Pyramide entière	$12{,}73^2 \times 12 \div 3$	648,2116 m³
Pyramide au-dessus du toit	$4{,}3282^2 \times 4{,}8 \div 3$	29,973304384 m³
Salle des fêtes	648,2116 − 29,973304384	618,238295616 m³

Le volume du tronc est la différence entre le volume de la grande pyramide et celui de la petite pyramide située au-dessus du toit. Arrondi au centième, il vaut 618,24 m³.

Calcul du volume du tronc de pyramide

Pyramide entière	Pyramide au-dessus du toit	Salle des fêtes
648,2116 m³	29,973304384 m³	618,238295616 m³, soit 618,24 m³

Volume du tronc = volume de la grande pyramide − volume de la petite pyramide.

✓ RÉPONSE À RETENIR

Le volume de la salle des fêtes est 618,24 m³.

2. Quantité d’eau nécessaire pour réaliser un mélange

Le gérant de la salle des fêtes veut constituer une réserve de 100 L d’eau à 27 °C en mélangeant de l’eau froide à 12 °C et de l’eau chaude à 80 °C. L’exercice mobilise les échanges thermiques, la résolution d’un système et la conversion des masses d’eau en volumes.

Question 2.1. Calculer en degrés Celsius les différences de température Δθ₁ entre l’eau tiède et l’eau froide, puis Δθ₂ entre l’eau chaude et l’eau tiède.

On soustrait les températures pour obtenir les écarts demandés :

1. Eau tiède et eau froide : $\Delta\theta_1 = 27 - 12 = 15\ ^\circ C$.
2. Eau chaude et eau tiède : $\Delta\theta_2 = 80 - 27 = 53\ ^\circ C$.

> ✓ RÉPONSE À RETENIR
>
> $\Delta\theta_1 = 15\ ^\circ C$; $\Delta\theta_2 = 53\ ^\circ C$.

Quantité de chaleur échangée

Question 2.2.1. À partir de la relation Q = m.C.Δθ, exprimer en fonction de m₁ et C la quantité de chaleur Q₁ reçue par l’eau froide.

L’eau froide reçoit de la chaleur en passant de $12\ ^\circ C$ à $27\ ^\circ C$, soit une hausse de $15\ ^\circ C$. Avec $Q = mC\Delta\theta$, on remplace la masse par m_1 et l’écart par 15. Si m_1 est en kilogrammes et C en $\mathrm{J\,kg^{-1}\,^\circ C^{-1}}$, la chaleur est exprimée en joules.

> ✓ RÉPONSE À RETENIR
>
> $Q_1 = 15 m_1 C$.

Question 2.2.2. À partir de la relation Q = m.C.Δθ, exprimer en fonction de m₂ et C la quantité de chaleur Q₂ cédée par l’eau chaude.

L’eau chaude cède de la chaleur en se refroidissant de $80\ ^\circ C$ à $27\ ^\circ C$. La différence utilisée pour la chaleur cédée est positive : $80 - 27 = 53\ ^\circ C$.

1. Relation : $Q = mC\Delta\theta$.
2. Pour l’eau chaude, $m = m_2$ et $\Delta\theta = 53$.
3. La chaleur cédée est donc $Q_2 = 53 m_2 C$, en joules avec les unités données.

> ✓ RÉPONSE À RETENIR
>
> $Q_2 = 53 m_2 C$.

Question 2.2.3. Sachant qu'à l'équilibre $Q_1 = Q_2$, écrire cette égalité en fonction de m_1 et m_2.

À l'équilibre, la chaleur reçue par l'eau froide égale celle cédée par l'eau chaude. En remplaçant Q_1 et Q_2 par leurs expressions, puis en simplifiant par C, on obtient :

$$15m_1C = 53m_2C, \text{ donc } 15m_1 - 53m_2 = 0.$$

> **✓ RÉPONSE À RETENIR**
>
> $15m_1 - 53m_2 = 0$.

Question 2.3. Résoudre le système $m_1 + m_2 = 100$ et $15m_1 - 53m_2 = 0$. Arrondir les résultats à l'unité.

De $m_1 + m_2 = 100$, on tire $m_1 = 100 - m_2$. Substitution dans la seconde équation : $15(100 - m_2) - 53m_2 = 0$, soit $1\,500 = 68m_2$. Ainsi, $m_2 = 1\,500/68 \approx 22{,}06$ kg et $m_1 = 100 - m_2 \approx 77{,}94$ kg. À l'unité, cela donne 22 kg d'eau chaude et 78 kg d'eau froide.

> **✓ RÉPONSE À RETENIR**
>
> $m_1 \approx 78$ kg d'eau froide ; $m_2 \approx 22$ kg d'eau chaude.

Question 2.4. Sachant que 1 kg d'eau correspond à un volume de 1 dm³ dans les conditions normales, déduire en mètres cubes les volumes V_1 d'eau chaude et V_2 d'eau froide nécessaires à la constitution de la réserve d'eau tiède.

Comme 1 kg d'eau correspond à 1 dm³ et $1\,\text{m}^3 = 1\,000$ dm³, on divise les masses arrondies par 1 000. Attention aux indices : V_1 est le volume d'eau chaude, de masse m_2, et V_2 celui d'eau froide, de masse m_1.

Eau	Masse	Volume
Chaude, V_1	22 kg	$22/1\,000 = 0{,}022\,\text{m}^3$
Froide, V_2	78 kg	$78/1\,000 = 0{,}078\,\text{m}^3$

> **✓ RÉPONSE À RETENIR**
>
> $V_1 = 0{,}022\,\text{m}^3$ d'eau chaude ; $V_2 = 0{,}078\,\text{m}^3$ d'eau froide.

3. Résistance équivalente d'un circuit

Lors du dépannage d'un compresseur, un technicien vérifie la continuité des enroulements du moteur et doit obtenir une résistance totale de 8 Ω. Le circuit associe en série $R_1 = x$ et une dérivation formée de $R_2 = 5x$ et $R_3 = 5\ \Omega$, puis la résistance équivalente est étudiée par le calcul et par son graphique.

Question 3.1. Exprimer en fonction de x la résistance équivalente R_{e1} de la portion de circuit en dérivation, en utilisant la relation $R_{e1} = (R_2 \times R_3)/(R_2 + R_3)$.

Le schéma donne $R_2 = 5x$ et $R_3 = 5\ \Omega$. On applique la formule de la dérivation : $R_{e1} = \dfrac{R_2 R_3}{R_2 + R_3} = \dfrac{5x \times 5}{5x + 5} = \dfrac{25x}{5(x+1)}$. En simplifiant, on obtient l'expression de la résistance équivalente en fonction de x.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> La résistance équivalente de la dérivation est $R_{e1} = \dfrac{5x}{x+1}\ \Omega$.

Question 3.2. En utilisant la relation $R_e = R_1 + (R_2 \times R_3)/(R_2 + R_3)$, montrer que la résistance équivalente à cette portion de circuit s'écrit $R_e = (x^2 + 6x)/(x + 1)$.

La résistance $R_1 = x$ est en série avec la dérivation, donc $R_e = R_1 + R_{e1}$. En remplaçant R_{e1} par son expression : $R_e = x + \dfrac{5x}{x+1} = \dfrac{x(x+1) + 5x}{x+1} = \dfrac{x^2 + 6x}{x+1}$. La forme demandée est ainsi obtenue, en ohms.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> La résistance totale s'écrit $R_e = \dfrac{x^2 + 6x}{x+1}\ \Omega$.

Question 3.3. En prenant $R_e = 8\ \Omega$, montrer que x doit vérifier l'équation $x^2 - 2x - 8 = 0$.

On pose $R_e = 8$ dans l'expression précédente : $\dfrac{x^2 + 6x}{x+1} = 8$. Comme x représente une résistance, $x \geq 0$, donc $x + 1 \neq 0$. On multiplie par $x + 1$, puis on regroupe les termes : $x^2 + 6x = 8x + 8$, soit l'équation demandée.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> Pour obtenir $R_e = 8\ \Omega$, la valeur de x vérifie $x^2 - 2x - 8 = 0$.

Question 3.4. Résoudre l'équation $x^2 - 2x - 8 = 0$ en utilisant les formules données pour le discriminant et les racines d'un trinôme du second degré.

Pour $x^2 - 2x - 8 = 0$, on a $a = 1$, $b = -2$ et $c = -8$. Le discriminant vaut $\Delta = b^2 - 4ac = (-2)^2 - 4 \times 1 \times (-8) = 36$. Comme $\Delta > 0$, les racines sont $x_1 = \dfrac{2 - 6}{2} = -2$ et $x_2 = \dfrac{2 + 6}{2} = 4$.

✓ RÉPONSE À RETENIR

Les deux solutions réelles de l'équation sont $x = -2$ et $x = 4$.

Question 3.5. Déduire de la question précédente et du schéma de la portion de circuit les valeurs des résistances R_1 et R_2.

La résistance ne peut pas être négative : on retient donc $x = 4$. Le schéma indique $R_1 = x$ et $R_2 = 5x$. En substituant cette valeur, on obtient $R_1 = 4\ \Omega$ et $R_2 = 5 \times 4\ \Omega$.

✓ RÉPONSE À RETENIR

Les résistances demandées sont $R_1 = 4\ \Omega$ et $R_2 = 20\ \Omega$.

Étude de la fonction f

Question 3.6.1. La résistance équivalente R_e est modélisée par f(x) = (x² + 6x)/(x + 1) sur l'intervalle [0 ; 7], et sa dérivée est f'(x) = (x² + 2x + 6)/(x + 1)². Étudier le signe de f'(x) sur cet intervalle.

Le numérateur de $f'(x)$ s'écrit $x^2 + 2x + 6 = (x+1)^2 + 5$, il est donc strictement positif. Sur $[0;7]$, le dénominateur $(x+1)^2$ est aussi strictement positif. Le quotient de ces deux expressions positives est strictement positif sur tout l'intervalle.

✓ RÉPONSE À RETENIR

La dérivée est strictement positive sur l'intervalle étudié : $f'(x) > 0$ pour tout $x \in [0;7]$.

Question 3.6.2. Compléter en annexe le tableau de variation de la fonction f.

La dérivée étant positive, f est strictement croissante sur $[0;7]$. Aux bornes, $f(0) = 0$ et $f(7) = \dfrac{7^2 + 6 \times 7}{7+1} = 11{,}375$, soit $11{,}4$ au dixième. Le tableau de variation indique donc une hausse continue de 0 à $11{,}375$.

x	**0**	**7**
Signe de $f'(x)$	+	
Variation de f	0	↗ 11,375

Tableau de variation complété

x	0		7
Signe de f'(x)		+	
Variation de f	0	↗	11,375

✓ RÉPONSE À RETENIR

Sur $[0;7]$, f croît de $f(0)=0$ à $f(7)=11{,}375$, soit $11{,}4$ au dixième.

Question 3.6.3. Compléter en annexe le tableau de valeurs de la fonction f pour les abscisses indiquées et arrondir les résultats au dixième.

Pour chaque abscisse, on calcule $f(x)=\dfrac{x^2+6x}{x+1}$, puis on arrondit au dixième. Par exemple, $f(2)=\dfrac{2^2+6\times 2}{2+1}=5{,}333\ldots$, donc $f(2)\approx 5{,}3$. Les valeurs complètent le tableau de l'annexe.

x	**0**	**0,5**	**1**	**2**	**4**	**5**	**6**	**7**
$f(x)$	0,0	2,2	3,5	5,3	8,0	9,2	10,3	11,4

Tableau de valeurs complété

x	0	0,5	1	2	4	5	6	7
$f(x)$		0,0	2,2	3,5	5,3	8,0	9,2	10,3 11,4

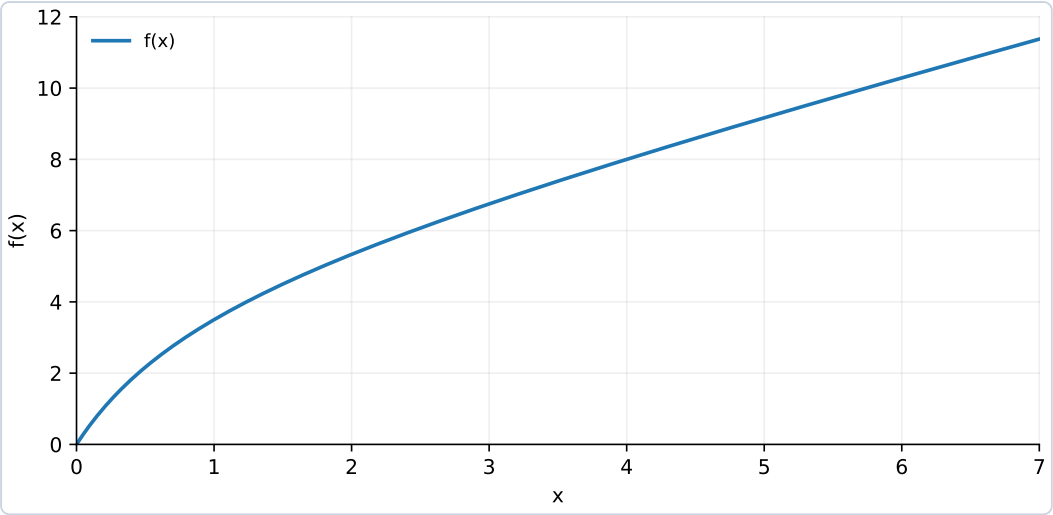
✓ RÉPONSE À RETENIR

Dans l'ordre des abscisses de l'annexe, les images arrondies au dixième sont : 0,0 ; 2,2 ; 3,5 ; 5,3 ; 8,0 ; 9,2 ; 10,3 ; 11,4.

Question 3.6.4. Tracer sur le repère de l'annexe la représentation graphique de la fonction f.

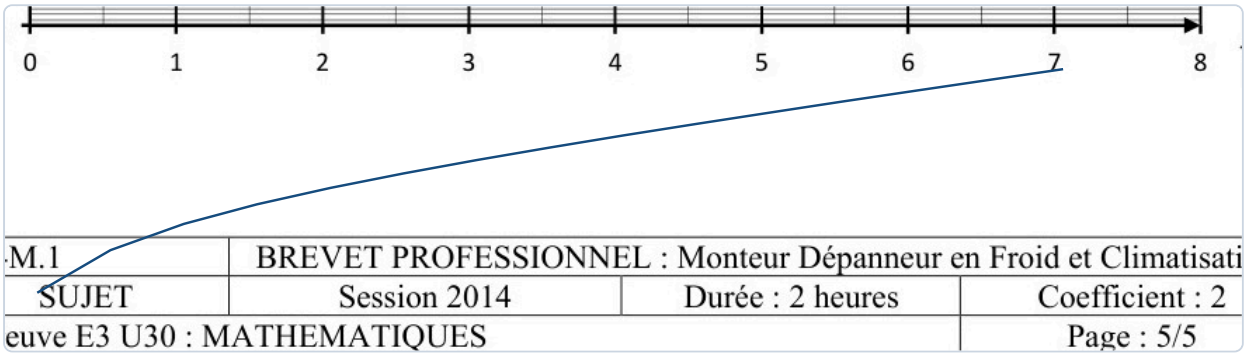
La fonction à tracer est $f(x)=\dfrac{x^2+6x}{x+1}$ sur $[0;7]$. On place les points du tableau de valeurs de l'annexe, puis on les relie par une courbe régulière. La courbe est croissante sur l'intervalle, de $(0;0)$ à $(7;11{,}375)$.

Représentation de f



Courbe de la fonction sur son domaine [0 ; 7].

Courbe de f tracée sur le repère de l'annexe



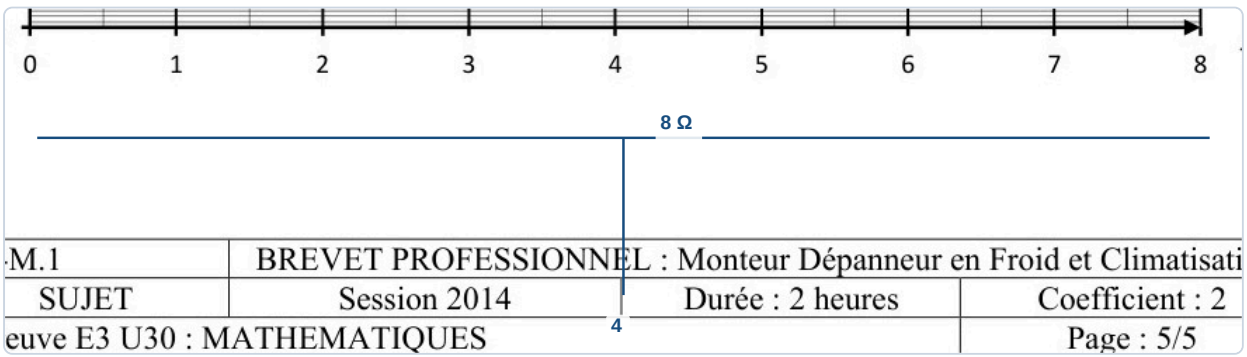
✓ **RÉPONSE À RETENIR**

Tracer la courbe croissante de $f(x) = \dfrac{x^2 + 6x}{x + 1}$ sur $[0; 7]$, passant par les points du tableau.

Question 3.6.5. Graphiquement, retrouver la valeur x de la résistance R₁ trouvée à la question 3.5. Laisser apparents les traits permettant la lecture.

Pour lire graphiquement la valeur correspondant à $R_e = 8\ \Omega$, on repère 8 sur l'axe vertical et on rejoint la courbe par une horizontale. De l'intersection, on descend verticalement sur l'axe des abscisses : la lecture donne $x = 4$, donc $R_1 = 4\ \Omega$.

Lecture graphique de f(x) = 8



✓ RÉPONSE À RETENIR

La lecture graphique donne $x = 4$, donc la résistance R_1 vaut $4\ \Omega$.

Ce qu'il faut retenir de ce sujet (Session 2014)

Bilan de l'épreuve : Cette épreuve de mathématiques du BP Monteur Dépanneur en Froid et Climatisation, session 2014, porte le code BP-M.1 et dure 2 heures, avec un coefficient 2. Elle étudie le volume d'une salle des fêtes en tronc de pyramide, un mélange d'eaux à différentes températures et un circuit résistif. Elle évalue géométrie, calculs thermiques, algèbre et étude graphique de fonction.

Notions-clés, formules & règles à maîtriser

- Le volume d'une pyramide se calcule par V = (1/3)Bh, où B est l'aire de la base et h la hauteur.
- À l'équilibre thermique, la chaleur reçue par l'eau froide est égale à la chaleur cédée par l'eau chaude.
- Deux résistances en dérivation ont pour résistance équivalente $R = (R_2 \times R_3)/(R_2 + R_3)$, puis les résistances en série s'additionnent.
- Le signe de f' permet de déterminer les variations de f ; une dérivée positive indique une fonction croissante.

Points de vigilance & attentes du jury

- Vérifier les unités dans les calculs de volume et exprimer le résultat demandé en m^3.
- Distinguer la masse d'eau chaude m_2 de la masse d'eau froide m_1 et associer correctement les écarts de température.
- Respecter le schéma du circuit : R_1 est en série avec la dérivation R_2-R_3.
- Rendre l'annexe complétée et respecter les arrondis demandés : centième, unité ou dixième selon la question.

Questions fréquentes sur cette épreuve (Q&A Examen)

Q : Comment calculer le volume du tronc de pyramide ?

Calculez d'abord le volume de la grande pyramide, puis celui de la petite pyramide découpée par le toit parallèle à la base. Le volume de la salle est la différence entre ces deux volumes.

Q : Comment établir l'équation du mélange d'eau ?

Calculez les écarts entre la température finale et chaque température initiale. Écrivez ensuite la chaleur reçue par l'eau froide égale à la chaleur cédée par l'eau chaude, puis utilisez la relation du volume total.

Q : Que faut-il rendre avec la copie et quels arrondis sont demandés ?

L'annexe de la dernière page est à rendre avec la copie. Le sujet demande des arrondis au centième pour certains volumes, à l'unité pour les résultats du système et au dixième pour le tableau de valeurs.

Q : Quels éléments de présentation sont explicitement attendus ?

La clarté des raisonnements et la qualité de la rédaction comptent dans l'appréciation. Pour la lecture graphique finale, les traits de lecture doivent rester apparents ; il faut aussi respecter les unités et les arrondis demandés.

Sujet officiel associé (PDF) : https://bpfroid.fr/assets/annales/bp-froid/U40 - Mathématiques/2014/BP Froid - U40 - Mathématiques - Session 2014 - 1-Sujet.pdf
Ressources BP Froid : Toutes les annales & corrigés • Fiches de révision complètes • Simulateur de notes d'examen

Copyright © 2027 FormaV®. Tous droits réservés.

FormaV® est une marque déposée auprès de l'INPI sous le numéro 5227897.

Ce document a été élaboré par FormaV® avec le plus grand soin afin d'accompagner chaque apprenant vers la réussite de ses examens. Son contenu (textes, graphiques, méthodologies, tableaux, exercices, concepts, mises en forme) constitue une œuvre protégée par le droit d'auteur.

Toute copie, partage, reproduction, diffusion ou mise à disposition, même partielle, gratuite ou payante, est strictement interdite sans accord préalable et écrit de FormaV®, conformément aux articles L.111-1 et suivants du Code de la propriété intellectuelle. Dans une logique anti-plagiat, FormaV® se réserve le droit de vérifier toute utilisation illicite, y compris sur les plateformes en ligne ou sites tiers.

En utilisant ce document, vous vous engagez à respecter ces règles et à préserver l'intégrité du travail fourni. La consultation de ce document est strictement personnelle.

Merci de respecter le travail accompli afin de permettre la création continue de ressources pédagogiques fiables et accessibles.